

Pemanfaatan CoCoA untuk Mengembangkan Computational Thinking pada Materi Faktorisasi Polinomial di Perguruan Tinggi

Amelia Tri Andini¹⁾, Yahfizham²⁾

¹Program Studi Pendidikan Matematika¹, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan²⁾,
Universitas Islam Negeri Sumatera Utara^{1,2)}

ameliandn@gmail.com¹⁾, yahfizham@uinsu.ac.id²⁾

Histori Naskah:

Diajukan: 24-11-2024

Disetujui: 02-12-2024

Publikasi: 16-12-2024

ABSTRAK

Integrasi teknologi digital dalam pembelajaran matematika memungkinkan penyelesaian materi aljabar yang kompleks secara lebih efisien, termasuk pada polinomial multivariat berderajat tinggi. Di sisi lain, computational thinking (CT) diakui sebagai kompetensi kunci abad ke-21, namun penerapannya dalam penggunaan Computer Algebra System (CAS) khusus seperti CoCoA pada konteks polinomial di perguruan tinggi masih jarang dikaji. Penelitian ini bertujuan mendeskripsikan penggunaan CoCoA dalam faktorisasi polinomial kompleks serta memetakan langkah-langkah kerjanya terhadap komponen CT, yaitu abstraksi, dekomposisi, perancangan algoritma, dan debugging. Metode yang digunakan adalah pendekatan kualitatif deskriptif-konseptual melalui studi literatur dan eksplorasi terarah perintah-perintah CoCoA pada satu skenario faktorisasi polinomial tiga variabel. Hasil menunjukkan bahwa CoCoA mampu mereduksi polinomial yang semula memiliki banyak suku menjadi hasil kali dua faktor berderajat lebih rendah dengan multiplicity berbeda sehingga struktur polinomial lebih mudah dianalisis. Pemetaan proses kerja mengindikasikan bahwa setiap tahap penggunaan CoCoA merepresentasikan praktik nyata komponen CT, bukan sekadar prosedur teknis. Temuan ini menegaskan potensi CoCoA sebagai media pembelajaran untuk mengintegrasikan CT pada materi polinomial dan menjadi dasar bagi penelitian empiris lanjutan mengenai desain pembelajaran CoCoA–CT di perguruan tinggi.

Kata Kunci: *Komputasi, Polinomial, Software CoCoA*

PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi pendidikan mendorong pemanfaatan berbagai software dan aplikasi matematika untuk mendukung perhitungan serta pemahaman konsep yang kompleks, termasuk pada materi aljabar (Wati et al., 2024). Peran teknologi ini menjadi penting ketika materi yang dipelajari melibatkan struktur dan operasi yang sulit ditangani secara manual. Pada konteks ini, materi polinomial dengan banyak variabel dan derajat tinggi sering menimbulkan beban prosedural yang besar ketika diselesaikan secara manual, sehingga perhitungan menjadi memakan waktu, rawan kesalahan, dan menghambat eksplorasi konsep secara lebih mendalam. Kondisi tersebut menunjukkan perlunya pendekatan komputasi agar mahasiswa dapat mengalihkan fokus dari rutinitas hitung ke analisis struktur dan makna matematis (Hasdyna & Dinata, 2025).

Berbagai kajian melaporkan bahwa teknologi digital seperti Computer Algebra System (CAS), Dynamic Geometry Software (DGS), dan spreadsheet dapat meningkatkan kualitas

pembelajaran matematika melalui dukungan terhadap visualisasi, perhitungan, validasi, dan simulasi, sekaligus meningkatkan pemahaman konsep dan efisiensi belajar (Cevikbas et al., 2023), Namun, sebagian besar penelitian tersebut masih berfokus pada peningkatan hasil belajar dan pemahaman konsep secara umum, dan belum banyak yang secara eksplisit mengkaji bagaimana tahapan computational thinking (CT) siswa muncul ketika menggunakan CAS untuk menyelesaikan persoalan aljabar, khususnya polinomial kompleks (Suarsana et al., 2024).

Computational thinking sendiri dipandang sebagai kerangka berpikir penting dalam pembelajaran matematika abad ke-21 karena menekankan kemampuan mengabstraksi masalah, mendekomposisi persoalan kompleks, merancang algoritma penyelesaian, dan melakukan debugging terhadap kesalahan (Huda & Ikhsan, 2024 ; Wing, 2006) Sejumlah studi menunjukkan bahwa integrasi CT dalam pembelajaran matematika umumnya masih terkonsentrasi pada konteks pemrograman, permainan edukatif, atau operasi matematika dasar, sehingga implementasi CT pada penggunaan software aljabar khusus untuk materi polinomial masih relatif jarang dieksplorasi (Cahdriyana, 2020).

Salah satu software yang secara khusus dikembangkan untuk komputasi simbolik dalam aljabar komutatif adalah CoCoA (Computation in Commutative Algebra), yang mendukung operasi pada polinomial, ideal, dan struktur ring, termasuk perhitungan Gröbner bases dan faktorisasi polinomial (Trager & Saunders, 2013), Meskipun memiliki potensi besar sebagai media pembelajaran untuk mengeksplorasi struktur polinomial secara komputasional, penggunaan CoCoA di Indonesia masih sangat terbatas dan umumnya hanya diperkenalkan pada tataran teknis tanpa dikaitkan dengan pengembangan berpikir komputasional dalam konteks pembelajaran matematika. Selain itu, belum ditemukan kajian yang secara sistematis memetakan hubungan antara langkah-langkah penggunaan CoCoA dan tahapan CT ketika mahasiswa menyelesaikan polinomial multivariat berderajat tinggi.

Berdasarkan celah tersebut, penelitian ini secara deskriptif bertujuan menjelaskan prosedur penggunaan CoCoA dalam menyelesaikan masalah faktorisasi polinomial kompleks yang relevan dengan pembelajaran matematika di perguruan tinggi. Secara analitik, penelitian ini bertujuan memetakan dan menganalisis keterkaitan antara langkah-langkah operasional dalam CoCoA dengan tahapan *computational thinking* meliputi abstraksi, dekomposisi, perancangan algoritma, dan debugging sehingga dihasilkan kerangka konseptual yang dapat menjadi dasar perancangan pembelajaran matematika berbasis komputasi pada materi polinomial.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif-konseptual, yang menggabungkan studi literatur sistematis terbatas dan eksplorasi terarah terhadap software CoCoA. Pendekatan ini dipilih karena tujuan utama penelitian adalah menyusun deskripsi rinci prosedur penggunaan CoCoA untuk menyelesaikan polinomial kompleks dan memetakan prosedur tersebut ke dalam kerangka computational thinking (CT), tanpa melakukan pengukuran kuantitatif terhadap subjek belajar.

1. Sumber data

Data dalam penelitian ini terdiri atas dua jenis. Pertama, data dokumen berupa artikel jurnal, buku, dan laporan penelitian yang membahas: (1) penerapan teknologi digital/CAS dalam pembelajaran matematika, dan (2) konsep serta implementasi CT dalam pendidikan matematika di berbagai jenjang (misalnya Cevikbas et al., 2023; Mangiri & Prabawanto, 2024; Suarsana et al., 2024). Pemilihan sumber dilakukan melalui penelusuran basis data daring (Frontiers, ScienceDirect, dan portal jurnal nasional terindeks Sinta) dengan kata kunci “*computer algebra system*”, “*computational thinking*”, dan “*mathematics*”

education”, kemudian diseleksi berdasarkan relevansi dengan topik polinomial dan CT. Kedua, data teknis berupa dokumentasi resmi dan contoh penggunaan CoCoA yang diperoleh dari situs pengembang, manual bantuan, serta hasil eksplorasi langsung perintah-perintah CoCoA pada kasus faktorisasi polinomial multivariat.

2. Prosedur penelitian

Prosedur penelitian dilakukan melalui tiga tahap utama.

- Tahap studi literatur: peneliti mengidentifikasi dan menelaah sumber-sumber yang relevan mengenai peran CAS dalam pembelajaran matematika, konsep CT, dan penelitian terkini tentang integrasi CT dalam pembelajaran matematika. Pada tahap ini disusun sintesis mengenai komponen CT yang paling relevan untuk konteks penggunaan software matematika, yaitu abstraksi, dekomposisi, perancangan algoritma, dan debugging.
- Tahap eksplorasi penggunaan CoCoA: peneliti melakukan eksplorasi langsung terhadap software CoCoA dengan menyusun serangkaian skenario faktorisasi polinomial multivariat berderajat tinggi, mulai dari penentuan ring kerja, pendefinisian polinomial, hingga eksekusi perintah faktorisasi dan interpretasi hasil. Setiap langkah perintah (syntax) dan keluaran CoCoA didokumentasikan dan diklasifikasikan berdasarkan jenis aktivitas matematis yang dilakukan.
- Tahap pemetaan konseptual CT CoCoA: hasil eksplorasi CoCoA kemudian dianalisis menggunakan kerangka CT yang diperoleh dari studi literatur. Pada tahap ini, setiap langkah penggunaan CoCoA (misalnya pemilihan variabel dan ring, pemecahan bentuk polinomial, penyusunan urutan perintah, dan perbaikan error syntax) dipetakan ke komponen CT yang sesuai (abstraksi, dekomposisi, algoritma, debugging), dan disusun dalam bentuk tabel serta narasi penjabar.

3. Teknik analisis

Analisis data dilakukan dengan teknik analisis isi (content analysis) terhadap dua jenis data di atas. Data literatur dianalisis untuk mengidentifikasi pola konsep, definisi operasional, dan komponen CT yang relevan dengan penggunaan CAS dalam pembelajaran matematika. Sementara itu, data eksplorasi CoCoA dianalisis untuk mengungkap keterkaitan antara langkah-langkah komputasi simbolik pada polinomial dan tahapan CT, sehingga diperoleh kerangka konseptual yang menggambarkan bagaimana CoCoA dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran yang menumbuhkan berpikir komputasional pada materi polinomial.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A Hasil faktorisasi polinomial dengan CoCoA

Eksplorasi dilakukan pada sebuah polinomial tiga variabel berderajat empat yang memiliki banyak suku dan secara manual memerlukan perhitungan panjang. Setelah ring kerja ditetapkan sebagai $\mathbb{Q}[x, y, z]$ dan polinomial didefinisikan di CoCoA, perintah Factor(F); menghasilkan faktorisasi $f(x, y, z) = (x^2 - 2z^2)(x - y)^2$.

Gambar 1. Representasi polinomial multivariat pada CoCoA sebagai hasil tahap abstraksi dan pendefinisian ring kerja.

```

C:\Users\AMELIA TRI ANDINI >
Loading CoCoA packages from directory:
./packages

-----
With CoCoALib and external libraries GMP, Normaliz, Frobbly, Gfan, CDD
indent(VersionInfo(C), 2); -- for information about this version
# Use R ::= QQ[x, y, z];F:= x^4 -2*x^3*y +x^2*y^2 -2*x^2*z^2 +4*x*y*z^2 -2*y^2*z^2;Factor(F);
    
```

Gambar 1 memperlihatkan bahwa polinomial multivariat dengan banyak suku yang didefinisikan pada ring $\mathbb{Q}[x,y,z]$ berhasil difaktorkan CoCoA menjadi dua faktor dengan derajat lebih rendah beserta informasi multiplicity-nya.

Gambar 2. Hasil faktorisasi polinomial kompleks oleh CoCoA yang menunjukkan reduksi struktur menjadi faktor-faktor yang lebih sederhana

```

C:\Users\AMELIA TRI ANDINI >
Loading CoCoA packages from directory:
./packages

-----
With CoCoALib and external libraries GMP, Normaliz, Frobbly, Gfan, CDD
indent(VersionInfo(C), 2); -- for information about this version
# Use R ::= QQ[x, y, z];F:= x^4 -2*x^3*y +x^2*y^2 -2*x^2*z^2 +4*x*y*z^2 -2*y^2*z^2;Factor(F);
record[RemainingFactor := 1, factors := [x^2 -2*z^2, x -y], multiplicities := [1, 2]]
    
```

Output faktorisasi pada Gambar 2 juga menjadi dasar bagi mahasiswa untuk merefleksikan hubungan antara bentuk awal polinomial dan struktur faktor yang dihasilkan, sehingga mendorong analisis struktural, bukan sekadar prosedural.

B Hasil pemetaan tahapan computational thinking

Berdasarkan dokumentasi langkah kerja di CoCoA, diperoleh pemetaan antara aktivitas pengguna dan komponen computational thinking (CT) yang digunakan sebagai kerangka analisis. Ringkasannya disajikan pada Tabel 1

Tabel 1. Pemetaan komponen CT dalam penggunaan CoCoA

| Komponen CT | Temuan aktivitas dalam CoCoA |
|-------------|--|
| Abstraksi | Menentukan ring $\mathbb{Q}[x, y, z]$ dan memilih variabel yang relevan sebelum menuliskan polinomial, sehingga persoalan direpresentasikan dalam bentuk simbolik yang esensial. |
| Dekomposisi | Memecah proses penyelesaian menjadi tahap menentukan ring, mendefinisikan polinomial, dan mengeksekusi perintah faktorisasi. |
| Algoritma | Menyusun urutan perintah CoCoA secara sistematis (inisialisasi ring \rightarrow definisi $F \rightarrow$ Factor(F);) agar sistem dapat menghasilkan keluaran yang benar. |
| Debugging | Menelusuri dan memperbaiki kesalahan ketika terjadi error sintaks atau ketidaksesuaian variabel dengan ring, kemudian menjalankan ulang perintah sampai faktorisasi berhasil. |

Tabel tersebut memperlihatkan bahwa seluruh komponen CT minimal muncul satu kali dalam rangkaian aktivitas penyelesaian polinomial dengan CoCoA.

C Pembahasan

Faktorisasi $f(x, y, z) = (x^2 - 2z^2)(x - y)^2$ yang dihasilkan CoCoA menunjukkan bahwa polinomial tiga variabel berderajat empat yang semula terdiri atas banyak suku dapat direduksi menjadi hasil kali dua faktor dengan derajat lebih rendah dan multiplicity berbeda. Reduksi ini mengungkap pola penting yang tidak langsung tampak dari bentuk awal, seperti munculnya faktor linear berulang dan faktor berbentuk selisih kuadrat, sehingga memberi peluang bagi mahasiswa untuk menganalisis kembali hubungan antara suku-suku polinomial dan struktur faktornya, bukan sekadar menerima jawaban akhir. Temuan ini sejalan dengan hasil penelitian penggunaan CAS lain dalam faktorisasi polinomial yang melaporkan bahwa teknologi membantu siswa melihat struktur dan memverifikasi dugaan mereka, bukan hanya mempercepat perhitungan (Kilgore & Capraro, 2010).

Pemetaan langkah penggunaan CoCoA ke komponen *computational thinking* (abstraksi, dekomposisi, algoritma, dan debugging) menunjukkan bahwa seluruh indikator CT minimal muncul satu kali dalam rangkaian aktivitas penyelesaian polinomial. Hal ini konsisten dengan temuan kajian sistematis bahwa integrasi teknologi dalam pembelajaran matematika dapat menstimulasi CT, terutama pada aspek algoritmik dan pemecahan masalah terstruktur. Namun, sebagian besar studi CT yang dirangkum Mangiri & Prabawanto, (2024) dan Irawan et al., (2024) berfokus pada jenjang dasar menengah, menggunakan media pemrograman, permainan, atau simulasi, dengan konten dominan operasi bilangan dan geometri, bukan aljabar komutatif dan polinomial kompleks (Mazzia, 2022).

Di sisi lain, telaah tentang penggunaan CAS di pembelajaran aljabar menunjukkan adanya kekhawatiran bahwa CAS dapat membuat siswa terlalu bergantung pada teknologi dan hanya mempraktikkan prosedur tanpa pemahaman yang lebih dalam jika tidak dirancang dengan tepat. Hasil penelitian ini justru menunjukkan bahwa ketika penggunaan CoCoA dibingkai secara eksplisit dalam kerangka CT, aktivitas mahasiswa tidak berhenti pada memasukkan perintah, tetapi mencakup pengambilan keputusan dalam memilih ring dan variabel (abstraksi), memecah proses ke dalam langkah-langkah teratur (dekomposisi), menyusun urutan perintah yang konsisten (algoritma), serta menelusuri dan memperbaiki error (debugging). Dengan demikian, temuan ini memperkaya perdebatan dengan memberikan bukti bahwa CAS seperti CoCoA dapat menjadi wahana pengembangan CT, asalkan tugas yang diberikan mengarahkan siswa pada refleksi proses, bukan hanya hasil (Kadijevich, 2014).

Dibandingkan studi-studi CT sebelumnya, artikel ini menempati posisi unik karena memfokuskan kajian pada konteks pendidikan tinggi, materi polinomial multivariat, dan penggunaan CAS khusus aljabar komutatif, sementara literatur CT didominasi oleh topik bilangan dan geometri di jenjang sekolah dasar dan menengah. Selain itu, penelitian CAS terdahulu umumnya menilai dampak terhadap pemahaman konsep atau keterampilan faktorisasi tanpa secara sistematis memetakan proses kerja siswa ke indikator CT. Kontribusi utama artikel ini adalah menawarkan kerangka pemetaan eksplisit antara langkah operasional di CoCoA dan komponen CT, yang dapat dijadikan dasar bagi dosen untuk merancang aktivitas belajar polinomial yang menargetkan pengembangan CT secara sadar (Heryana et al., 2022).

Implikasinya, tugas berbasis CoCoA dalam pembelajaran polinomial perlu dirancang agar mahasiswa diminta menjelaskan keputusan mereka pada setiap tahap CT misalnya alasan pemilihan ring, rancangan algoritma perintah, dan strategi debugging serta merefleksikan bagaimana faktor yang dihasilkan berkaitan dengan struktur awal polinomial. Pendekatan ini berpotensi menjembatani dua arus penelitian yang selama ini relatif terpisah, yaitu riset CT dalam pembelajaran matematika dan riset penggunaan CAS, sehingga memberi arah baru bagi

pengembangan desain pembelajaran matematika berbasis teknologi di level perguruan tinggi (Mohmad & Maat, 2024).

Penelitian ini memiliki keterbatasan karena bersifat konseptual dan berbasis eksplorasi satu skenario faktorisasi polinomial dengan CoCoA, tanpa melibatkan data empiris dari kelas nyata. Kondisi tersebut membuat temuan mengenai kemunculan tahapan computational thinking masih berada pada tataran indikatif, sehingga generalisasinya ke berbagai konteks pembelajaran dan karakteristik mahasiswa perlu diuji melalui studi lanjutan. Di samping itu, penelitian ini hanya mengkaji satu jenis tugas, yaitu faktorisasi polinomial; sementara literatur terkini menunjukkan bahwa CT juga dapat berkembang kuat pada konteks tugas lain seperti pemodelan matematika, geometri dinamis, dan masalah non-rutin. Oleh karena itu, diperlukan penelitian berikutnya yang menguji pemetaan CT CoCoA pada beragam tipe masalah aljabar dan melibatkan data proses berpikir mahasiswa secara langsung (misalnya melalui rekaman layar, wawancara, atau analisis jejak digital perintah CoCoA).

KESIMPULAN

Keseluruhan kajian ini menunjukkan bahwa CoCoA sebagai Computer Algebra System mampu mereduksi polinomial multivariat berderajat tinggi yang semula kompleks menjadi hasil kali dua faktor yang lebih sederhana, sehingga struktur polinomial menjadi lebih mudah dianalisis oleh mahasiswa. Proses penggunaan CoCoA mulai dari penentuan ring, pendefinisian polinomial, penyusunan urutan perintah, hingga penanganan error—terbukti memunculkan tahapan-tahapan utama computational thinking, yaitu abstraksi, dekomposisi, perancangan algoritma, dan debugging.

Artikel ini berkontribusi dengan memetakan secara eksplisit hubungan antara langkah operasional di CoCoA dan komponen computational thinking, serta menunjukkan potensi CoCoA sebagai media pembelajaran yang menggeser fokus dari prosedur hitung ke pemahaman struktur polinomial dan strategi pemecahan masalah. Studi ini merekomendasikan pengembangan desain pembelajaran dan penelitian empiris lanjutan untuk menguji efektivitas CoCoA–CT di kelas nyata, pada berbagai jenis tugas aljabar lainnya

DAFTAR PUSTAKA

- Cahdriyana, R. R. A. (2020). Berpikir Komputasi Dalam Pembelajaran Matematika. *Literasi: Jurnal Ilmu Pendidikan*, 11(1), 50–56.
- Cevikbas, M., Greefrath, G., & Siller, H. S. (2023). Advantages and challenges of using digital technologies in mathematical modelling education – a descriptive systematic literature review. *Frontiers in Education*, 8(April), 1–17. <https://doi.org/10.3389/educ.2023.1142556>
- Hasdina, N., & Dinata, R. K. (2025). *Pengantar Teknologi Informasi*. PT.Serasi Media Teknologi.
- Heryana, P., Rusdiyani, I., & Nulhakim, L. (2022). Efektivitas Media Pembelajaran Berbasis Android Microsoft Math Solver (Mms) Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Kemandirian Belajar. *Jurnal Pendidikan Matematika Indonesia*, 7(2), 73–79.
- Huda, N., & Ikhsan, J. (2024). *Computational Thinking Skills*. PT Bumi Aksara.
- Irawan, E., Rosjanuardi, R., & Prabawanto, S. (2024). Research trends of computational thinking in mathematics learning: A bibliometric analysis from 2009 to 2023. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(3), 1–16. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14343>
- Kadijevich, D. M. (2014). Neglected critical issues of effective CAS utilization. *Journal of Symbolic Computation*, 61–62(1), 85–99. <https://doi.org/10.1016/j.jsc.2013.10.013>

- Kilgore, K. E., & Capraro, M. M. (2010). A Technological Approach to Teaching Factorization. *Journal of Mathematics Education © Education for All*, 3(2), 115–125.
- M. Wing, J. (2006). Computational Thinking. *COMMUNICATIONS OF THE ACM*, 49(3), 33–35.
- Mangiri, G. R. P., & Prabawanto, S. (2024). Exploring Computational Thinking In Learning Mathematics: A Systematic Literature Review From 2017-2024. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 25(1), 34–52. <https://doi.org/10.23960/jpmipa/v25i1.pp34-52>
- Mazzia, F. (2022). A computational point of view on teaching derivatives. *Informatics and Education*, 37(1), 79–86. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2022-37-1-79-86>
- Mohmad, A. F., & Maat, S. M. (2024). Implementation of Computational Thinking Activities in Teaching and Learning of Mathematics Primary Schools. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 14(3). <https://doi.org/10.6007/ijarbss/v14-i3/20980>
- Suarsana, I. M., Herman, T., Nurlaelah, E., Irianto, & Pacis, E. R. (2024). Computational Thinking in Mathematics Education Across Five Nations. *Indonesian Journal of Educational Research and Review*, 7(1), 26–35. <https://doi.org/10.23887/ijerr.v7i1.68202>
- Trager, B., & Saunders, D. (2013). *Proceedings of the 2006 international symposium on Symbolic and algebraic computation* (J.-G. Dumas, Ed.). ACM Digital Library.
- Wati, D. C., Judjianto, L., Apriyanto, Sepriano, & Maryana. (2024). *Media & Teknologi Pembelajaran Matematika*. PT. Sonpedia Publishing Indonesia.